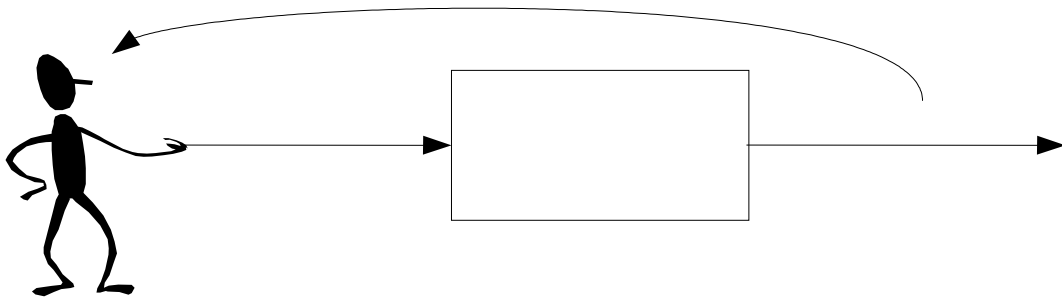




Département d'électronique

Systemes de contrôle en boucle fermée



Systemes de controle en boucle fermee

Ces notes de cours sont une introduction à l'étude des systemes bouclés.

Souvent présenté sous le nom d'« automatique linéaire », ce domaine est extrêmement vaste. Nous ne ferons donc que lever un coin du voile.

Le lecteur est supposé connaître les principales méthodes d'étude des systemes linéaires, en particulier l'analyse harmonique et la transformation de Laplace.

Une bonne révision préliminaire est de revoir les caractéristiques des systemes du premier et du second ordre.

Les démonstrations mathématiques ne figurent généralement pas dans ces notes, elles doivent donc être lues avec un papier et un crayon. Des séances de travaux dirigés et de travaux pratiques accompagnent évidemment ce cours, ces séances sont indissociables du cours lui-même.

Les exemples utilisés ont été simulés avec les logiciels Scilab et SwitcherCad III (Spice), ces deux logiciels sont libres de tout droit et figurent sur le CD mis à disposition des étudiants.

Table des matieres

1Principes des systemes de controle en boucle fermee.....	3
1.1Commande en boucle ouverte.....	3
1.1.aLes causes d'erreurs.....	3
1.1.bDes perturbations externes inconnues.....	3
1.1.cUne mauvaise connaissance des organes de la chaîne de commande.....	3
1.2Commande en boucle fermee.....	4
1.3Représentation sous forme de schéma synoptique.....	4
1.4Un exemple en électronique : les montages à amplificateurs opérationnels.....	5
2Les schémas blocs : Une représentation commode des systemes linéaires.....	6
2.1Les éléments constitutifs.....	6
2.1.aLes blocs.....	6
2.1.bLes soustracteurs.....	6
2.1.cLes points de prélèvement.....	6
2.2Un outil de calcul.....	6
2.2.aDéplacer un soustracteur.....	7
2.2.bDéplacer un point de prélèvement.....	7
2.2.cLe système bouclé générique.....	7
2.3Des formes canoniques.....	8
2.3.aLe cas idéal : un gain infini.....	8
2.3.bLes caractéristiques réelles : un système bouclé à retour unitaire.....	9
3Systemes bouclés et fonctions de transfert simples.....	9
3.1Premier ordre : le produit Gain Bande.....	9
3.1.aFréquence de coupure.....	9
3.1.bTemps de réponse.....	10
3.2L'intégrateur pur.....	11
3.3Deuxième ordre.....	11
3.3.aAmortissement ou fréquence de coupure : un compromis.....	11
3.3.bLieu des pôles.....	12
3.4Troisième ordre et plus.....	13
3.4.aDes pôles à partie réelle positive.....	13
3.4.bUn cas simplement calculable.....	13
3.5Les systemes avec retard.....	14
3.5.aRetard pur : analyse temporelle.....	14
3.5.bRetard pur : lieu des pôles.....	15
4Le compromis précision - stabilité.....	15
4.1Système idéal et utopique : gain infini et réponse instantanée.....	15
4.2Classe d'un système et erreurs.....	15

5	Prévoir la stabilité d'une boucle avant de la fermer.....	16
5.1	Le critère de Nyquist.....	17
5.1.a	Diagramme de Nyquist.....	17
5.1.b	Le critère : Un lien entre l'analyse harmonique en boucle ouverte et la transformée de Laplace en boucle fermée.....	18
5.1.c	L'exemple du troisième ordre.....	18
5.1.d	Retard pur.....	19
5.1.e	Retard et intégrateur.....	19
5.2	Amortissement d'un système stable.....	20
5.2.a	Amortissement et distance au point critique.....	21
5.2.b	Marge de phase et marge de gain.....	21
5.2.c	Analyse sur les diagrammes de Bode.....	22
6	Les correcteurs.....	24
6.1	Le plus rudimentaire : agir sur le gain.....	24
6.2	Le standard des amplificateurs opérationnels universels : le correcteur intégral.....	24
6.3	Le plus versatile : le correcteur proportionnel intégral.....	24
6.4	Plus complet : le correcteur PID.....	25
6.5	La méthode de Ziegler et Nichols.....	25
7	Performances et limites des systèmes bouclés.....	25
7.1	Le rôle du signal d'erreur.....	25
7.2	Limitation de la distorsion.....	26
7.3	Limites du contrôle en boucle fermée.....	28

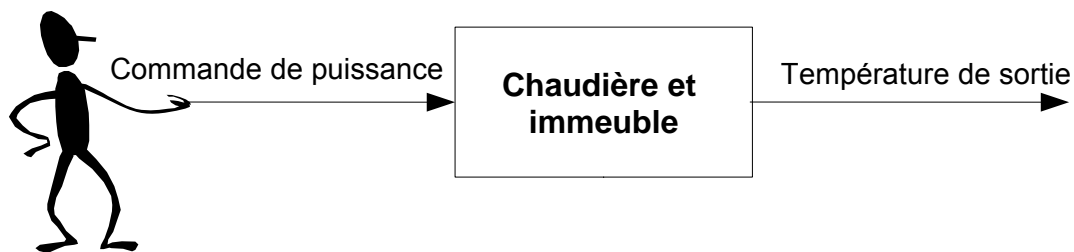
1 Principes des systèmes de contrôle en boucle fermée

La notion de contrôle (ou de commande) en boucle fermée fait partie de la vie quotidienne : se déplacer dans une pièce, conduire une voiture, ranger un objet dans une armoire etc. Tous ces petits gestes de la vie quotidienne font intervenir un capteur (la vue, le toucher) qui informe notre cerveau de la situation réelle, ce dernier compare en permanence la situation observée avec la situation souhaitée (la consigne) et commande nos muscles (les organes de commande), pour tenter de rapprocher la situation réelle de celle qui est souhaitée.

Dans les exemples qui précèdent le contrôle est réalisé par un être humain. Le domaine des systèmes de contrôle en boucle fermée (automatique) fait appel à l'imitation de ce processus par un système technique, qui reproduit le processus décrit sans intervention humaine.

1.1 Commande en boucle ouverte

Un exemple simple de contrôle en boucle ouverte est celui d'une installation de chauffage d'un immeuble. Les chaudières traditionnelles comportaient une commande de réglage de la puissance de la combustion. Le



contrôle était dévolu aux habitants : quand ils avaient froid ils augmentaient la puissance fournie par la chaudière, quand ils avaient trop chaud ils diminuaient cette puissance.

1.1.a Les causes d'erreurs

Dans une commande en boucle ouverte les causes d'erreurs sont multiples : mauvaise connaissance des conditions externes, mauvaise définition des caractéristiques du système à commander lui-même.

1.1.b Des perturbations externes inconnues

Dans notre exemple de chauffage, la grande inconnue est l'environnement externe, si l'utilisateur règle la puissance de sa chaudière et ne s'en occupe plus, toute variation des conditions météorologiques se traduira par une variation de la température intérieure de l'immeuble. Le premier défaut d'une commande en boucle ouverte est cette sensibilité aux entrées de « perturbation », tout système réel peut être vu comme disposant de plusieurs entrées, au minimum une entrée de commande (ici la commande de puissance) et des entrées perturbatrices.

1.1.c Une mauvaise connaissance des organes de la chaîne de commande

Une autre source de perturbation dans une commande en boucle ouverte est la mauvaise connaissance du système à contrôler que l'on a. Dans l'exemple du chauffage, le lien entre la température atteinte et la puissance de la chaudière ne dépend pas que de la température extérieure, elle dépend du degré d'humidité des murs, de l'état du crépi de la maison et d'une foule d'autres paramètres incontrôlables qui, de plus, peuvent évoluer au cours du temps.

En électronique, cette mauvaise stabilité des caractéristiques des composants joue un rôle central : les composants actifs (transistors) qui interviennent dans la réalisation des circuits intégrés ont des caractéristiques qui dépendent beaucoup de la température, qui varient beaucoup d'un exemplaire à l'autre dans une même série de fabrication. La conception de montages fonctionnant en boucle ouverte conduit inmanquablement à les équiper d'une multitude de potentiomètres de réglages, ce qui est un indice de mauvaise conception à la fois du point de vue du coût de fabrication et du point de vue de la fiabilité dans le

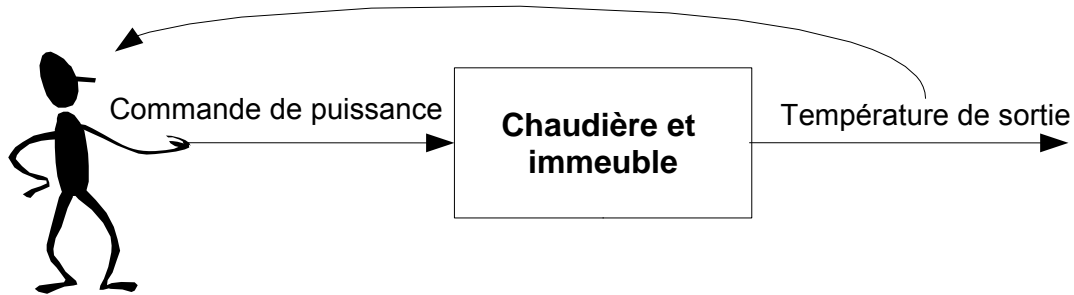
temps.

1.2 Commande en boucle fermée

Reprenons l'exemple de la chaudière. L'utilisateur dispose maintenant d'un instrument de mesure, il observe la température intérieure de l'immeuble au moyen d'un thermomètre et tente de maintenir la température intérieure réellement obtenue égale à une température « de consigne » : la boucle de contrôle est ici une boucle manuelle, réalisée par l'utilisateur.

Cet exemple permet déjà d'illustrer quelques unes des questions qui se posent quand on souhaite automatiser le processus.

La règle du jeu est que l'utilisateur de la chaudière n'a aucune connaissance de la température extérieure, que son seul instrument de mesure est un thermomètre d'ambiance intérieur.



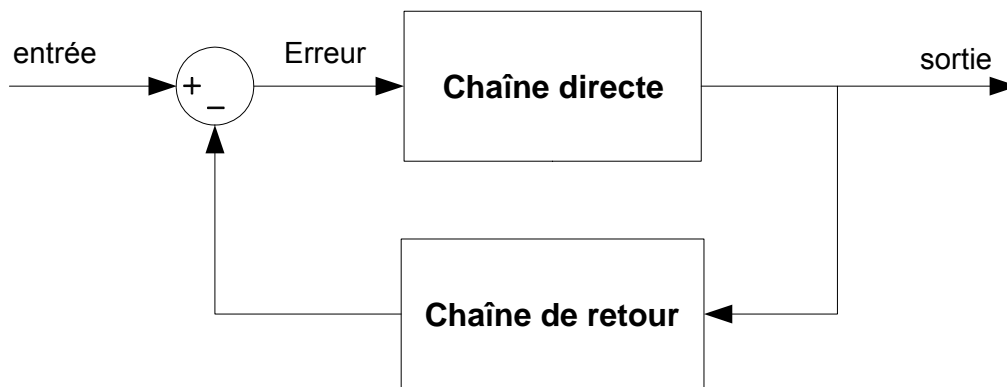
Quelles peuvent être ses stratégies ?

- La première stratégie est celle du personnage nerveux et exigeant : dès que la température est trop basse, il augmente le plus possible la puissance du chauffage, dès qu'elle est trop haute il coupe le chauffage. Le malheur est qu'un immeuble a une grande inertie thermique, entre le moment où la puissance du chauffage est modifiée et celui où la température intérieure varie, il y a un retard qui peut être important. Le résultat obtenu est un fonctionnement tout à fait instable, les habitants de l'immeuble auront, peut-être, une température moyenne correcte, mais cette moyenne résulte d'une alternance de chaud et de froid difficilement supportable. Ni trop fort, ni trop tard est le défi que doit résoudre toute tentative de régulation¹.
- La seconde stratégie est celle de l'utilisateur flegmatique, quand il constate que la température est trop faible, il augmente un tout petit peu la puissance de la chaudière. S'il constate qu'au bout d'un certain temps le résultat n'est pas satisfaisant, il continue à augmenter la puissance de chauffe, jusqu'à atteindre la température souhaitée. Il est clair que le temps que prend l'opérateur pour réagir est un paramètre critique du « réglage de la boucle », s'il réagit trop vite la situation est voisine de la précédente, s'il réagit trop lentement il n'arrivera même pas à compenser des variations de température extérieure.
- Dans la troisième stratégie l'utilisateur de la chaudière rajoute une information : il regarde le sens d'évolution de la température (la dérivée de la courbe), cette connaissance lui donne une certaine faculté d'anticipation qui lui permet, avec un peu d'expérience, d'atteindre plus rapidement la température souhaitée, sans pénaliser la stabilité de la boucle.

1.3 Représentation sous forme de schéma synoptique

Une commande en boucle fermée est souvent représentée par un schéma synoptique dans lequel on fait apparaître les principaux organes du système :

¹ On peut remarquer que très probablement l'humanité réagit trop tard au réchauffement général du climat, l'inertie de notre système terre est telle que même l'arrêt immédiat de la production de gaz à effet de serre ne permettrait pas d'arrêter le processus. Mais mieux vaut tard que jamais.

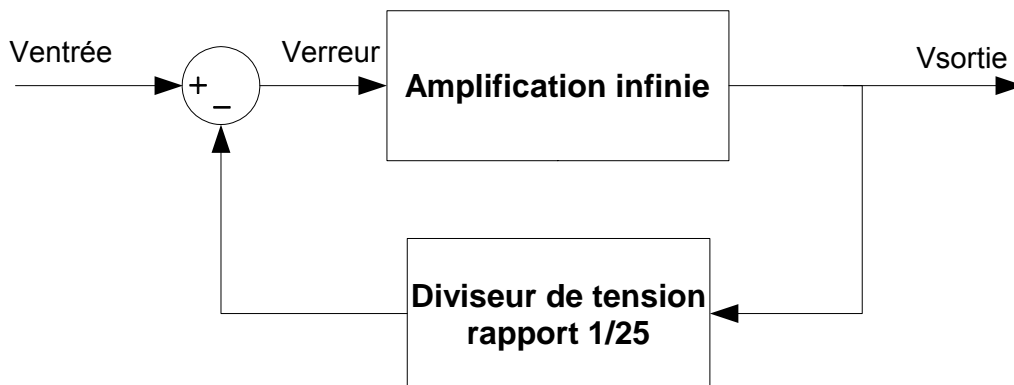


- La chaîne directe est la partie opérative du système, généralement pourvue d'un gain en puissance important (chaudière, moteur, amplificateur opérationnel, amplificateur de puissance).
- La chaîne de retour est un ensemble de capteurs et de circuits de conditionnement qui fournissent une image de la valeur réellement obtenue en sortie du système.
- Un soustracteur applique à la partie opérative une commande (le signal d'erreur) qui est la différence entre la valeur de sortie que l'on souhaite obtenir et celle que l'on obtient réellement.

Tout l'art de la conception des systèmes de contrôle en boucle fermée est de concevoir les éléments à insérer dans la boucle (dans le bloc de chaîne directe et dans le bloc de chaîne de retour) pour obtenir les performances souhaitées dans le fonctionnement en boucle fermée : minimisation de l'erreur, temps de réponse, stabilité du système.

1.4 Un exemple en électronique : les montages à amplificateurs opérationnels

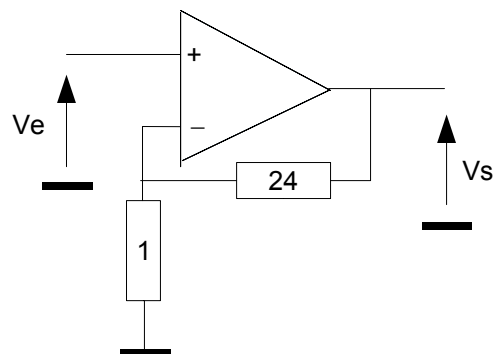
Comment réaliser une amplification en tension de valeur 25 ? Tout électronicien connaît par coeur la solution : il prend un amplificateur de gain beaucoup plus grand que ce qu'il souhaite obtenir et insère cet amplificateur dans un montage qui comporte une réaction négative :



Comme l'amplification est infinie, la tension Verreur est forcément nulle (si le montage est correctement polarisé), d'où :

$$V_{\text{entrée}} = V_{\text{sortie}}/25$$

soit une amplification en boucle fermée égale à 25.
D'où le schéma ci-contre.



2 Les schémas blocs : Une représentation commode des systèmes linéaires

Un système linéaire est décrit par un système d'équations différentielles linéaires. Dans une représentation symbolique, analyse harmonique ou transformation de Laplace, un tel système est représenté par un système d'équations algébriques linéaires.

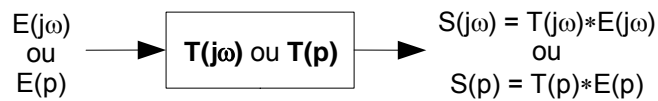
Un tel système peut être représenté graphiquement en indiquant les relations entre les variables par des symboles graphiques, conduisant à une sorte de schéma synoptique équivalent au système d'équations : un schéma bloc.

2.1 Les éléments constitutifs

Les trois éléments constitutifs d'un schéma bloc sont le bloc, le soustracteur et le point de prélèvement.

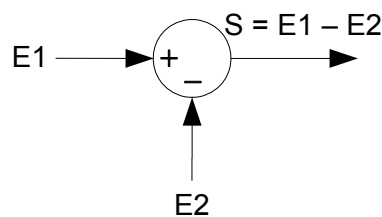
2.1.a Les blocs

Un bloc représente un opérateur qui, en représentation symbolique, est une fonction de transfert :



2.1.b Les soustracteurs

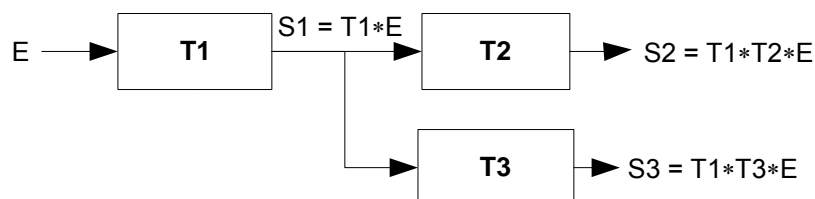
Un soustracteur effectue la différence entre deux variables :



Il est évident que le choix du signe '-' est arbitraire, il est possible d'introduire un additionneur, ce choix est simplement bien adapté à la représentation des systèmes de contrôle en boucle fermée.

2.1.c Les points de prélèvement

Un point de prélèvement est un simple indicateur de lien entre des équations, il sert à prendre la valeur d'une variable et à l'introduire dans une autre relation :



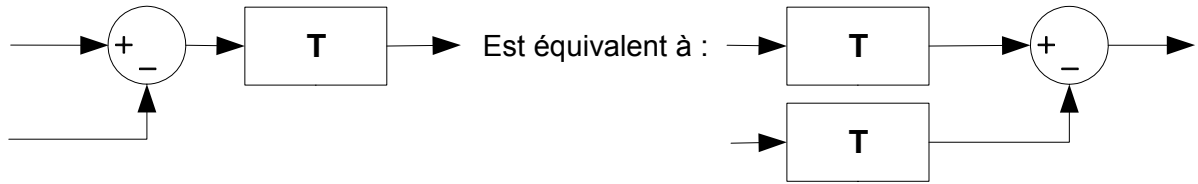
Dans l'exemple ci-dessus, la variable S_1 intervient comme entrée des deux blocs T_2 et T_3 , d'où les relations indiquées.

2.2 Un outil de calcul

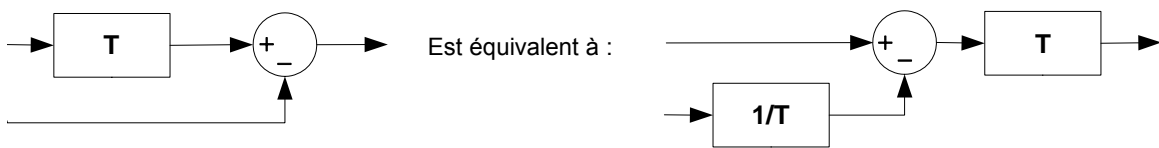
Résoudre un système d'équations linéaires revient le plus classiquement à faire des substitutions pour remplacer une variable, dans une équation, par des combinaisons d'autres variables. Ce type de calcul nécessite une certaine intuition pour arriver rapidement au bout, les schémas blocs permettent de visualiser graphiquement la structure d'un système, et servent de guide dans les manipulations. Nous nous contenterons

ici d'indiquer quelques opérations élémentaires dont nous aurons souvent besoin lors de l'étude des systèmes bouclés. Les démonstrations sont triviales, il suffit d'effectuer directement le calcul algébrique équivalent pour se convaincre de l'exactitude des résultats annoncés

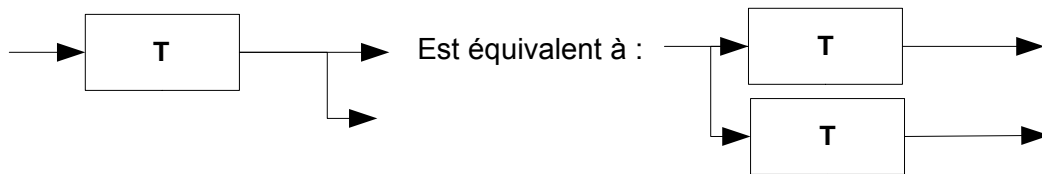
2.2.a Déplacer un soustracteur



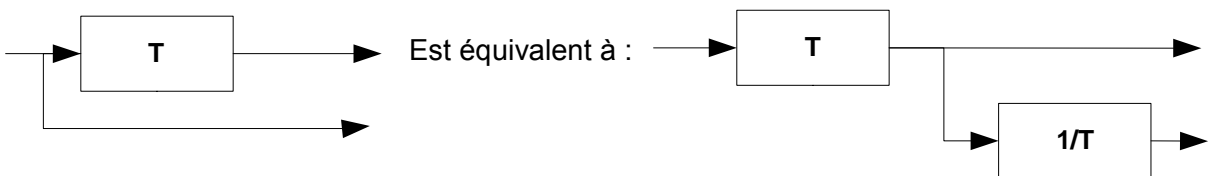
Réciproquement :



2.2.b Déplacer un point de prélèvement

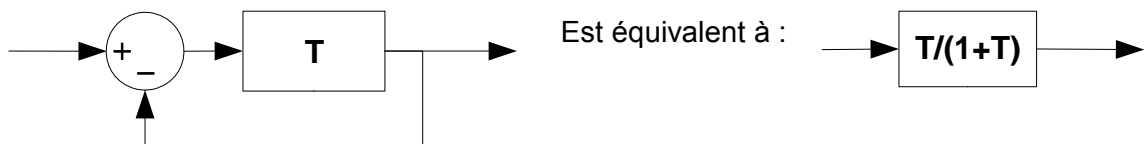


Réciproquement :

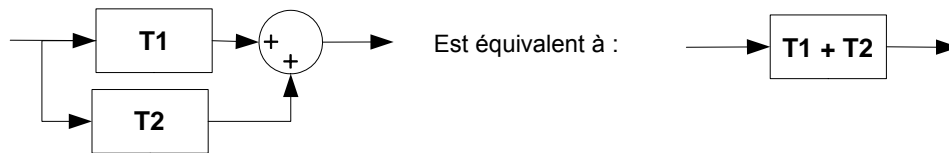


2.2.c Le système bouclé générique

Enfin, deux équivalences dont nous nous servirons constamment :



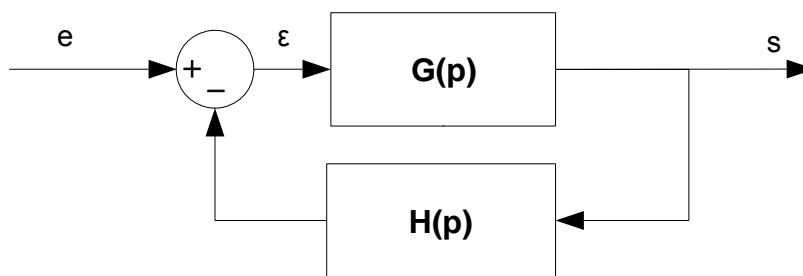
Cette « réduction de boucle » est à la base de toutes les études, de stabilité des systèmes notamment. L'équivalence qui précède, qui exprime la notion de retour de la sortie d'un système vers son entrée, ne doit pas être confondue avec la construction d'une fonction de transfert comme somme de deux fonctions de transfert :



2.3 Des formes canoniques

En repartant de la forme générale d'un système bouclé, il est pratique de se donner une forme d'écriture homogène, qui permet de séparer le fonctionnement idéal, ce que l'on cherche à obtenir, des effets correctifs liés aux limitations en gain, en bande passante, du système réel.

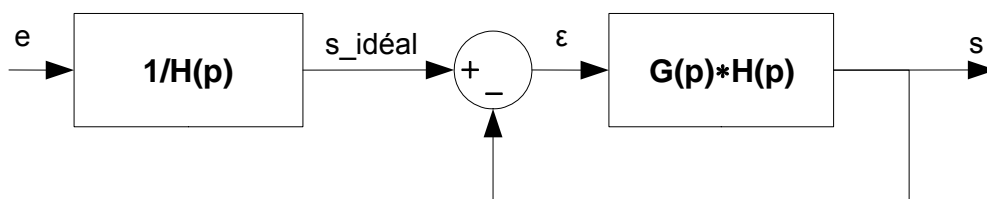
Le schéma bloc général d'un système bouclé est représenté ci-dessous. Dans ce schéma, $G(p)$ représente la fonction de transfert de la chaîne directe, $H(p)$ la fonction de transfert de la chaîne de retour, celle qui assure le contrôle du système.



En général $G(p)$ comporte un gain en puissance, dont les paramètres sont souvent mal définis, alors que $H(p)$ est un système de mesure, éventuellement passif, qui peut être réalisé avec une bonne précision. L'exemple typique de cette situation est un schéma d'amplificateur construit avec amplificateur opérationnel : $G(p)$ représente le gain en boucle ouverte de l'amplificateur opérationnel, $H(p)$ est un diviseur passif construit avec des composants qui peuvent être de précision.

2.3.a Le cas idéal : un gain infini

En utilisant les transformations de schémas blocs énoncées au paragraphe 2.2, le schéma bloc général peut être représenté sous une nouvelle forme :



Le premier bloc ($1/H(p)$) représente l'inverse de la fonction de transfert de la chaîne de retour. La boucle à retour unitaire construite autour de la fonction de transfert $T_{bo}(p) = G(p)*H(p)$ concentre tous les « défauts » du système.

Cette fonction de transfert ($T = G*H$) est ce que l'on appelle couramment le gain de boucle. Il est important de noter que ce gain de boucle contient à la fois les caractéristiques de la chaîne directe et celles de la chaîne de retour.

Si le gain de boucle a un module toujours très grand, on peut approcher la fonction de transfert en boucle fermée par son expression dans le cas idéal ($G*H$ infini) :

$$T_{idéal}(p) = 1/H(p)$$

2.3.b Les caractéristiques réelles : un système bouclé à retour unitaire

Une manipulation simple permet d'écrire la fonction de transfert en boucle fermée sous la forme :

$$T_{bf}(p) = \frac{1}{H(p)} * \frac{G(p)*H(p)}{1 + G(p)*H(p)} = T_{idéal}(p) * \frac{T_{bo}(p)}{1 + T_{bo}(p)} = T_{idéal}(p) * \frac{1}{1 + \frac{1}{T_{bo}(p)}}$$

Une autre forme, souvent pratique, est d'introduire le gain de boucle sous la forme d'une fraction :

$$T_{bo}(p) = \frac{N(p)}{D(p)}$$

Il vient alors :

$$T_{bf}(p) = T_{idéal}(p) * \frac{N(p)}{N(p) + D(p)}$$

Ou encore, si, ce qui est un cas fréquent, $N(p)$ est un gain statique constant T_0 :

$$T_{bf}(p) = T_{idéal}(p) * \frac{1}{1 + D(p)/T_0}$$

Ces deux dernières expressions nous permettront de calculer, sans grand effort, les caractéristiques en boucle fermée de nombreux systèmes simples. Il est à noter que si le numérateur de la fonction de transfert est une constante (T_0), l'ordre du système n'est pas modifié par la boucle.

3 Systèmes bouclés et fonctions de transfert simples

Les exemples qui suivent analysent les caractéristiques de quelques familles de systèmes simples. Nous nous limiterons au cas de fonctions de transfert de systèmes du type passe bas, dont le numérateur est un nombre réel positif ; les défauts de ces systèmes sont essentiellement liés à leur difficulté à suivre des variations rapides.

Ce cas représente bien la plupart des montages électroniques à amplificateurs opérationnels et de nombreux systèmes électromécaniques tels que les moteurs électriques et leur électronique de commande de puissance.

3.1 Premier ordre : le produit Gain Bande

Le seul paramètre dynamique d'un système passe bas du premier ordre est, en analyse harmonique, sa fréquence de coupure, ou en analyse temporelle, sa constante de temps :

$$T_{bo}(p) = \frac{T_0}{1 + \tau * p} = \frac{T_0}{1 + p/\omega_0} = \frac{T_0}{1 + p/(2 * \pi * f_0)}$$

Si la chaîne de retour est réelle, de gain constant H , $T_0 = G_0 * H$, où G_0 est le gain statique de la chaîne directe. La fonction de transfert en boucle fermée peut alors s'écrire :

$$T_{bf}(p) = \frac{1}{H} * \frac{1}{1 + 1/T_0} * \frac{1}{1 + p/(\omega_0 * (1 + T_0))} = T_{0bf} * \frac{1}{1 + p/(\omega_0 * (G_0/T_{0bf}))}$$

Dans cette expression T_{0bf} représente le gain statique du système en boucle fermée (qui peut également s'écrire en fonction des paramètres de la chaîne directe et de la chaîne de retour : $T_{0bf} = G_0/(1 + G_0 * H)$).

Il est souvent commode d'introduire comme paramètre dynamique la pulsation (ou la fréquence, en hertz) de transition, qui est la pulsation que l'on obtiendrait dans un montage « suiveur » : $f_T = f_0 * G_0$.

3.1.a Fréquence de coupure

L'application immédiate des formules précédentes conduit à la règle dite du

« produit gain bande constant ».

Un système passe bas du premier ordre, contrôlé par une chaîne de retour réelle, voit sa bande passante élargie dans le même rapport que la chute de gain entre la chaîne directe et la boucle fermée.

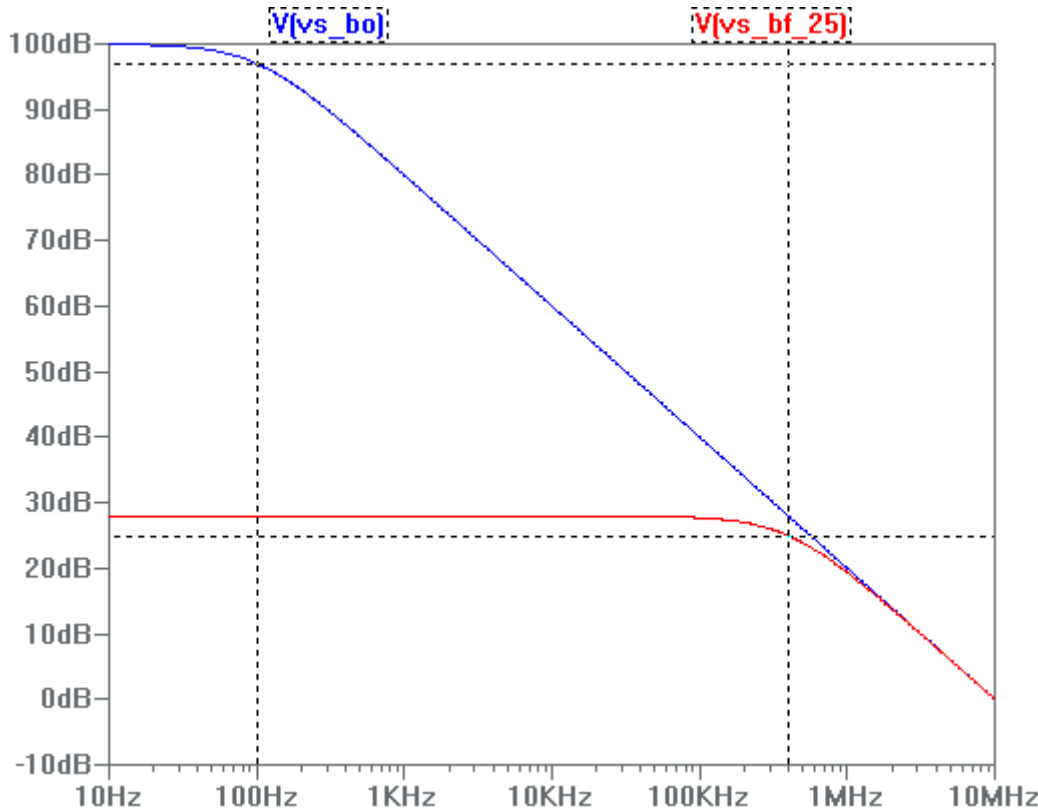
Par exemple :

Un amplificateur opérationnel, assimilable à un système passe bas du premier ordre, a un gain statique $G_0 = 10^5$ et une fréquence de coupure en boucle ouverte $f_0 = 100$ Hz. On utilise cet amplificateur pour réaliser un gain en boucle fermée égal à $T_{0bf} = 25$.

Le gain a chuté d'un facteur 4000, la fréquence de coupure du montage est donc la fréquence de coupure en boucle ouverte de l'amplificateur opérationnel multipliée par 4000, soit 400 kHz.

Une autre façon d'obtenir le même résultat est de dire que la fréquence de transition de l'amplificateur opérationnel est de 10MHz, un gain en boucle fermée de 25 conduit à diviser cette fréquence de transition par 25, ce qui conduit évidemment au même résultat.

La construction classique, dans le plan de Bode, du graphique ci-dessus illustre cette propriété.



En haute fréquence, le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle fermée rejoint celui de la fonction de transfert en boucle ouverte (cette propriété est indépendante de l'ordre du système), ce qui conduit, pour un système du premier ordre, à un produit gain*bande passante identique pour toutes les valeurs de gains en boucle fermée. Ce produit est donc un bon paramètre du système.

3.1.b Temps de réponse

Le temps de montée, défini dans une réponse à un échelon comme le temps mis pour passer de 10% à 90% de la valeur finale, est relié à la bande passante du système en régime harmonique par la relation :

$$tr = 2,2 \cdot \tau = 0,35/f_0$$

Pour un système du premier ordre, l'élargissement de la bande passante correspond donc à une diminution du temps de montée dans le même rapport.

Il est à noter que toutes ces propriétés supposent que le système est linéaire. L'analyse complète de ce qui se passe réellement dans un système en régime dynamique, surtout dans des réponses transitoires « brutales » comme la réponse à un échelon, montre que très souvent le système ne reste pas en régime linéaire pendant le régime transitoire. Dans le cas des amplificateurs opérationnels, par exemple, dès que l'amplitude d'un échelon est importante, le temps de montée est en réalité limité par la vitesse de balayage de l'amplificateur (*slew rate*), paramètre non linéaire qui n'est pas modifié par une boucle de contrôle. Des effets du même genre existent dans les commandes de moteurs, ne serait-ce que pour des questions de sécurité, faire démarrer un système mécanique trop rapidement peut devenir destructif.

3.2 L'intégrateur pur

Un cas particulier de système du premier ordre est l'intégrateur pur. Il n'y a aucun calcul à faire, l'intégrateur est un système du premier ordre défini par sa fréquence de transition :

$$T_{\text{integrat}}(p) = \frac{\omega_T}{p} = \frac{2 * \pi * f_T}{p}$$

Inséré dans un système bouclé, il obéit à la règle du produit gain*bande : un système, intégrateur en boucle ouverte, dont le gain en boucle fermée vaut $T_{bf} = 1/H$ (comme le gain statique est infini, il n'y a pas de facteur correctif), se comporte comme un système du premier ordre de type passe bas, de fréquence de coupure f_T/T_{bf} .

Beaucoup d'amplificateurs opérationnels sont conçus pour se comporter comme des intégrateurs. Les calculs du comportement en boucle fermée est extrêmement simple si on prend comme paramètre dynamique de l'amplificateur opérationnel sa fréquence de transition.

3.3 Deuxième ordre

Tout polynôme à coefficients réels peut se décomposer en produits de monômes (ordre 1) et de trinômes (ordre 2), à coefficients réels.

Ce théorème classique de mathématiques montre l'importance majeure de la bonne connaissance des propriétés des systèmes des premier et second ordre.

Le changement radical entre premier et second ordre est l'apparition possible de pôles complexes conjugués. De tels pôles peuvent conférer à un système linéaire un comportement oscillatoire (amorti, souhaitons le...).

3.3.a Amortissement ou fréquence de coupure : un compromis

La fonction de transfert (rappelons qu'il s'agit ici du produit $G*H$) d'un système du second ordre peut être écrite, sous la classique forme canonique qui fait intervenir une pulsation de coupure, ω_0 , et un coefficient d'amortissement m :

$$T_{bo}(p) = \frac{T_0}{1 + 2 * m * p / \omega_0 + (p / \omega_0)^2}$$

Les calculs du paragraphe 2.3.b s'appliquent évidemment sans difficulté, ils conduisent au résultat majeurs suivants :

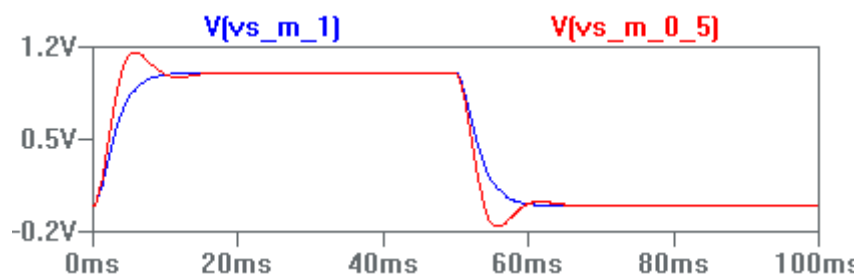
Le produit $m*\omega_0$ est le paramètre invariant du système.

Le coefficient d'amortissement m est divisé par $\sqrt{(1+T_0)}$: $m_{bf} = \frac{m_{bo}}{\sqrt{(1+T_0)}}$.

La pulsation de coupure est multipliée par le même facteur : $\omega_{bf} = \omega_{bo} * \sqrt{(1+T_0)}$.

Ce résultat est d'une importance capitale : il montre qu'un système du second ordre peut devenir très largement sous amorti en boucle fermée, c'est à dire que le contrôle en boucle fermée peut conduire, dès le second ordre, à un comportement oscillatoire amorti.

Rappelons ici qu'un amortissement convenable de la réponse transitoire d'un système suppose que le coefficient d'amortissement reste proche de 1, typiquement compris entre 0,5 et 1 :



3.3.b Lieu des pôles

Le comportement d'un système du second ordre, déterminé par ses pôles, se calcule aisément sous forme analytique. En fonction des deux paramètres canoniques ω_0 et m , les pôles sont donnés par :

$$p_1 = -m \cdot \omega_0 + \omega_0 \cdot \sqrt{m^2 - 1}$$

$$p_2 = -m \cdot \omega_0 - \omega_0 \cdot \sqrt{m^2 - 1}$$

Quand le gain de boucle (T_0) augmente, le coefficient d'amortissement en boucle fermée peut devenir inférieur à 1. Les racines sont alors complexes conjuguées :

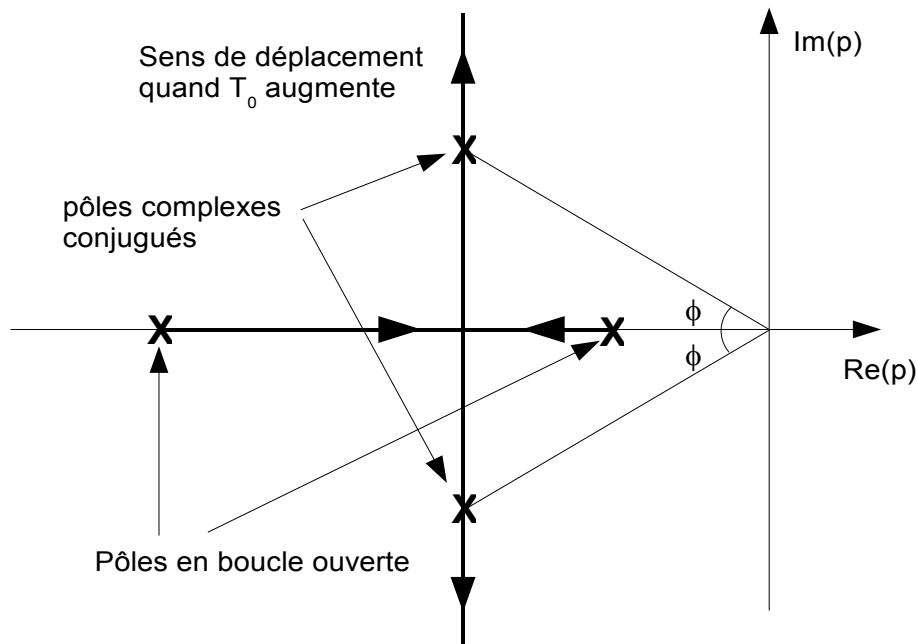
$$p_1 = -m \cdot \omega_0 + \omega_0 \cdot j \cdot \sqrt{1 - m^2}$$

$$p_2 = -m \cdot \omega_0 - \omega_0 \cdot j \cdot \sqrt{1 - m^2}$$

Au delà de cette valeur critique de T_0 , la partie réelle des pôles est indépendante de T_0 , seule la partie imaginaire augmente quand T_0 augmente.

Le lieu des pôles (ou lieu d'Evans) est un ensemble de courbes, dans le plan complexe des p (variable de Laplace), qui représente l'évolution des pôles quand T_0 varie.

Par exemple, pour un système du second ordre ayant deux pôles réels négatifs en boucle ouverte, on obtient un lieu du style :

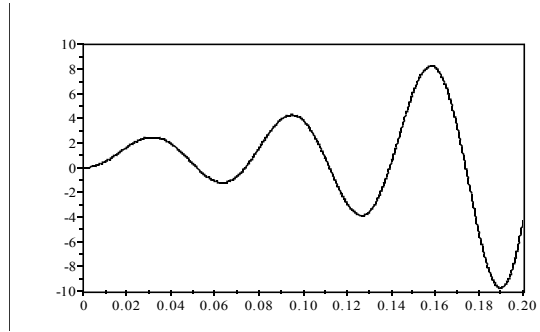


Quand $|m| < 1$ on peut remarquer que $|m|$ représente le cosinus de l'angle ϕ fait par le rayon vecteur d'un pôle complexe et l'axe des réels (voir figure).

3.4 Troisième ordre et plus

A partir du troisième ordre un phénomène nouveau apparaît : les pôles de la fonction de transfert en boucle fermée peuvent passer dans le demi plan complexe des parties réelles positives.

Un système dont la fonction de transfert possède des pôles à partie réelle positive est essentiellement instable : il réagit à la moindre perturbation en générant des oscillations croissantes (ci-contre).



3.4.a Des pôles à partie réelle positive

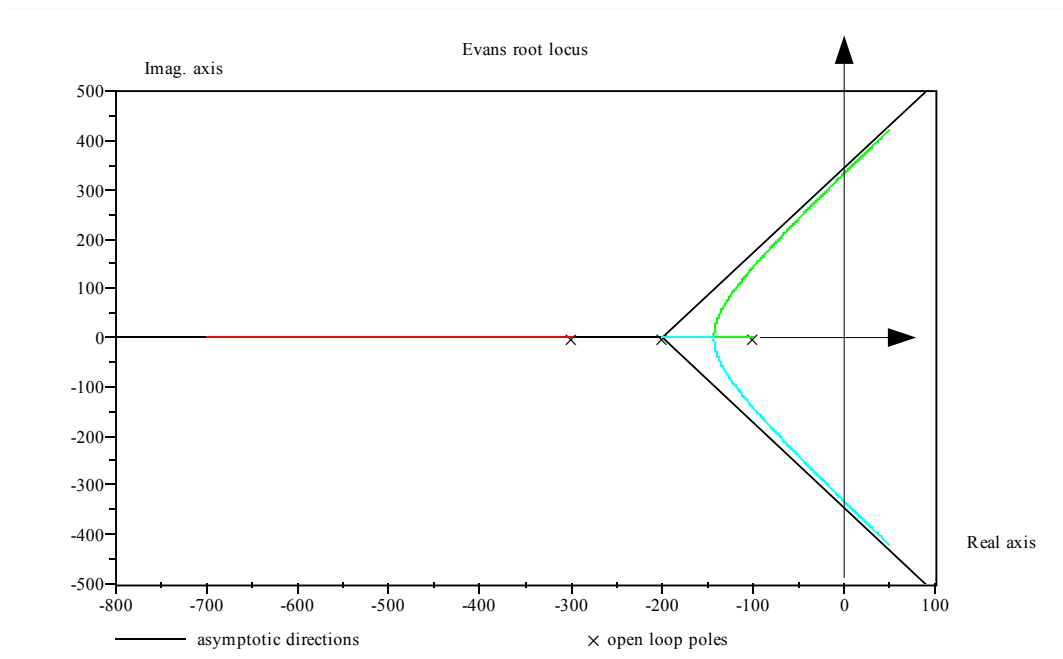
Prenons, à titre d'exemple, la fonction de transfert définie par :

$$T_{bo}(p) = \frac{T_0}{(1+p/\omega_1)*(1+p/\omega_2)*(1+p/\omega_3)}$$

avec :

$$\omega_1 = 100, \omega_2 = 200 \text{ et } \omega_3 = 300$$

Un logiciel d'étude des systèmes linéaires (ici scilab) permet de tracer rapidement le lieu des pôles associés à une fonction de transfert dans une boucle à retour unitaire. Avec l'exemple du troisième ordre précédent on obtient :



Le même logiciel permet de déterminer le gain en boucle ouverte qui conduit à la limite de stabilité, c'est à dire à deux pôles en boucle fermée imaginaires purs : $T_{olim} = 10$, qui correspond à des pôles situés à $\pm j332$, sur l'axe des imaginaires.

3.4.b Un cas simplement calculable

Un cas particulier de système du troisième ordre est calculable, sous forme analytique, à la main ; celui où la fonction de transfert en boucle ouverte est un cube :

$$T_{cubebo}(p) = \frac{T_0}{(1+p/\omega_0)^3}$$

Le calcul en boucle fermée conduit immédiatement à :

$$T_{\text{cubebf}}(p) = \frac{T_0}{T_0 + (1 + p/\omega_0)^3}$$

Les racines du dénominateurs se calculent immédiatement :

$$p_1 = -\omega_0(1 + T_0^{1/3}), p_2 = -\omega_0(1 + T_0^{1/3} * e^{j\pi/3}), p_3 = -\omega_0(1 + T_0^{1/3} * e^{-j\pi/3})$$

Le lieu des pôles est un ensemble de trois demi-droites (les asymptotes du diagramme précédent).

3.5 Les systèmes avec retard

Beaucoup de systèmes réels présentent un retard entre l'entrée et la sortie du système. L'exemple introductif d'une installation de chauffage d'immeuble en est un exemple caractéristique. Pour qu'une augmentation de la puissance de la chaudière puisse se manifester dans une pièce, il faut que l'eau qui circule dans les radiateurs ait eu le temps d'arriver, d'où un retard qui se rajoute à l'inertie thermique du bâtiment.

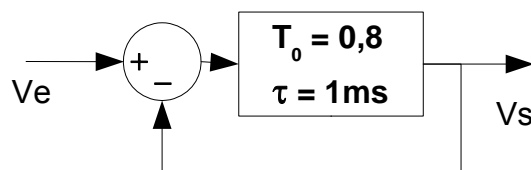
La fonction de transfert d'un retard est analytiquement simple :

$$T_{\text{retbo}}(p) = T_0 * e^{-\tau p} = \frac{T_0}{e^{\tau p}}$$

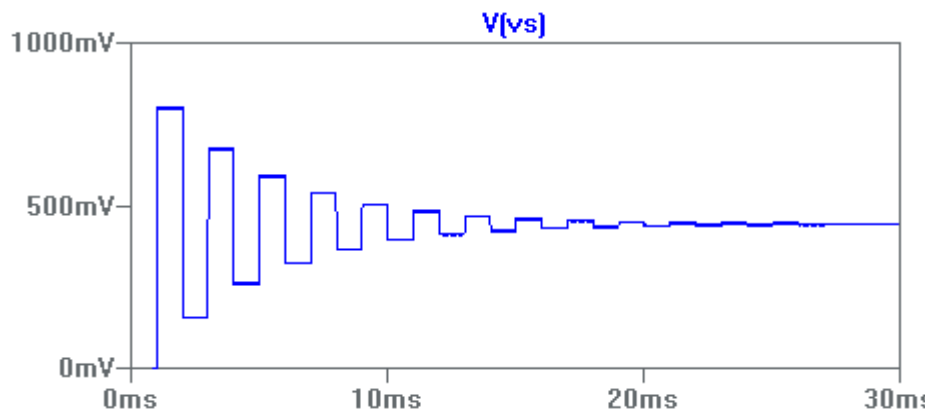
D'apparence innocente, cette fonction de transfert pose quelques problèmes techniques : vue comme celle d'un système linéaire classique, elle est d'ordre infini. Elle possède donc une infinité de pôles, et est donc susceptible de conduire, en boucle fermée, à un système instable.

3.5.a Retard pur : analyse temporelle

Nous prendrons comme exemple un circuit électronique imaginaire, dont les entrées et les sorties sont des tensions, construit conformément au schéma bloc ci-dessous :

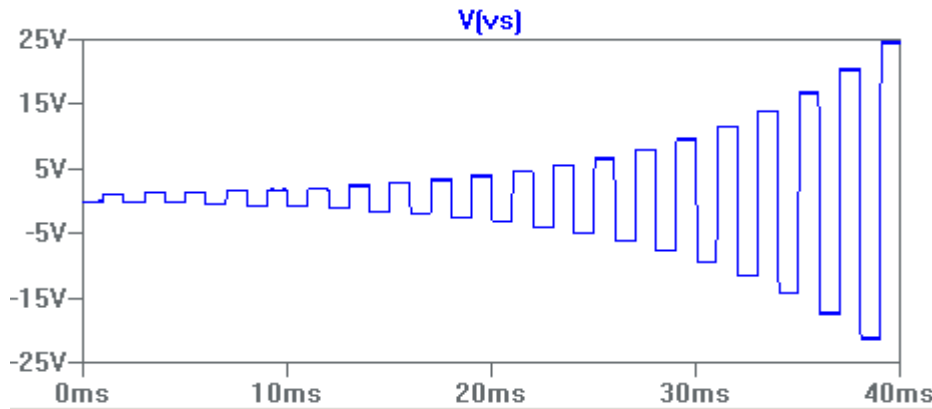


Si nous appliquons un échelon de tension d'amplitude 1 V à l'entrée de ce schéma nous obtenons en sortie :



Cette courbe oscillatoire amortie s'obtient sans peine en « tournant dans la boucle » au rythme du retard.

Si le gain statique du circuit est augmenté, pour prendre la valeur 1,1 (par exemple), la réponse à l'échelon montre une instabilité franche (attention au changement de l'échelle verticale) :



Les systèmes avec retard ont deux propriétés étranges :

- Ils ne rentrent pas en oscillation de façon sinusoïdale.
- Ils sont instables dès que le gain en boucle ouverte atteint l'unité.

Nous reviendrons sur l'étude de ces systèmes au moyen des outils généraux présentés dans le prochain chapitre. Contentons nous d'indiquer l'allure du lieu des pôles de leur fonction de transfert en boucle fermée.

3.5.b Retard pur : lieu des pôles

Le lieu des pôles d'un système avec retard consiste à rechercher les zéros (complexes) de l'équation

$$T_0 + e^{\tau p} = 0$$

Trivialement cette équation n'a pas de racine réelle. Si on pose $p = x + jy$, quelques calculs simples conduisent aux racines :

$$y = (2k+1) * \pi / \tau$$

$$x = \ln(T_0) / \tau$$

avec k entier relatif

Il y a donc une infinité de pôles, ce dont nous aurions pu nous douter au vu des réponses temporelles.

Ces pôles ont tous la même partie réelle, négative si $T_0 < 1$, positive si $T_0 > 1$, nulle si $T_0 = 1$. Dans ce dernier cas, les pôles sont tous situés sur l'axe imaginaire, régulièrement espacés de $2 * \pi / \tau$.

4 Le compromis précision - stabilité

Avant de poursuivre avec l'étude de quelques méthodes quantitatives classiques, il est temps de faire un point de compréhension générale des systèmes en boucle fermée.

4.1 Système idéal et utopique : gain infini et réponse instantanée

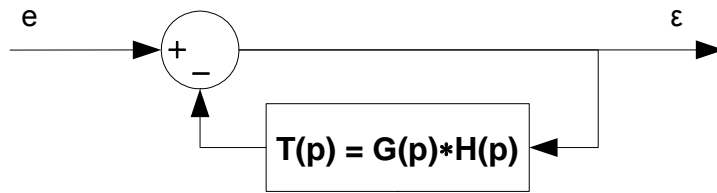
Les études qui précèdent nous ont montré deux choses :

- Si le gain statique de la boucle (le produit GH) est très grand, idéalement infini, la fonction de transfert en boucle fermée est simplement l'inverse de la fonction de transfert de la chaîne de retour ($1/H$, voir les calculs sur les montages à amplificateurs opérationnels idéaux).
- Si l'ordre de cette fonction de transfert (GH) est supérieur à un il y a apparition d'instabilité du système au delà d'une certaine valeur de gain statique. Instabilité partielle pour un système du second ordre, instabilité complète (le système peut osciller tout seul) pour les ordres plus élevés, et donc bien entendu, pour les systèmes avec retard, qui sont d'ordre infini.

L'un des objectifs majeurs de l'étude des systèmes de contrôle en boucle fermée est donc de gérer ce compromis précision-stabilité. Toute la suite de cette présentation ne parle en fait que de cela.

4.2 Classe d'un système et erreurs

La fonction de transfert idéale, infinie et qui réagit instantanément à son entrée, n'existant pas, on tente dans la pratique de s'en rapprocher. Pour quantifier la qualité d'un système, il est commode d'introduire explicitement le calcul de l'erreur, différence entre l'entrée (ce que l'on souhaite) et la sortie (ce que l'on obtient) du facteur correctif (celui qui contient les défauts du système) :



L'expression de l'erreur est alors simplement :

$$\epsilon(p) = \frac{e(p)}{1 + G(p) * H(p)} = \frac{e(p)}{1 + T(p)}$$

L'erreur statique, dans la réponse à un échelon, d'amplitude e_0 , est obtenue simplement grâce au théorème de la valeur finale des transformées de Laplace :

$$\lim f(t, t \rightarrow \infty) = \lim (p * F(p), p \rightarrow 0)$$

Appliquée à la réponse à un échelon, cette relation conduit à :

$$\lim \epsilon(t, t \rightarrow \infty) = \frac{e_0}{1 + T(0)}$$

L'erreur statique est nulle si $T(p)$ contient un pôle en $p = 0$, c'est à dire s'il y a un intégrateur dans la boucle. De même, si le pôle à l'origine est double, l'erreur sera nulle dans la réponse à une rampe. En généralisant, on constate que l'ordre de multiplicité du pôle à l'origine fixe la catégorie (échelon, rampe, parabole, etc.) des entrées qui pourront être suivies sans erreur... si le système est stable !

L'ordre du pôle à l'origine s'appelle la classe du système.

L'application la plus fréquente de cette remarque est que faute de pouvoir rendre stable un système de gain très élevé quelle que soit la fréquence, on lui donnera au minimum un comportement d'intégrateur, pour annuler l'erreur statique. cela supposera, en général, de prévoir un « modelage » de la fonction de transfert pour conserver la stabilité du système ; l'optimisation du compromis erreur stabilité est l'objet de l'étude des correcteurs.

5 Prévoir la stabilité d'une boucle avant de la fermer

La difficulté majeure dans l'étude des systèmes bouclés est que si un système est instable, il est impossible de le modéliser expérimentalement. Un système qui oscille sort généralement très vite du domaine linéaire, et devient éventuellement dangereux (imaginez l'étude expérimentale d'un pont roulant de quelques centaines de tonnes qui oscille).

Les analyses du lieu des pôles, que nous avons présentées rapidement, sont d'une grande utilité pour la compréhension théorique des mécanismes, mais ne sont généralement pas utilisables directement en pratique, faute de connaître la forme analytique de la fonction de transfert en boucle ouverte. Il est donc essentiel de développer des méthodes prédictives, utilisant indifféremment la connaissance théorique ou la connaissance expérimentale de la fonction de transfert du système en boucle ouverte, qui permettent de prévoir ce qui se passera en boucle fermée.

Toutes ces méthodes utilisent un théorème très général des fonctions dans le plan complexe, connu sous le nom de critère de Nyquist dans le monde des systèmes de contrôle en boucle fermée.

Le critère de Nyquist fait le lien entre DEUX plans complexes :

- Le plan des PÔLES de la fonction de transfert en BOUCLE FERMÉE

et

- Le plan complexe de la réponse HARMONIQUE $T(j\omega)$ de la fonction de transfert en BOUCLE OUVERTE.

L'étude de ce qui se passe dans le second de ces plans complexes permet de prévoir ce qui se passera dans le premier, donc de prévoir, à partir d'une étude en boucle ouverte, le comportement en boucle fermée. La

bonne compréhension de ce qui précède est critique pour la suite de ce texte.

5.1 Le critère de Nyquist

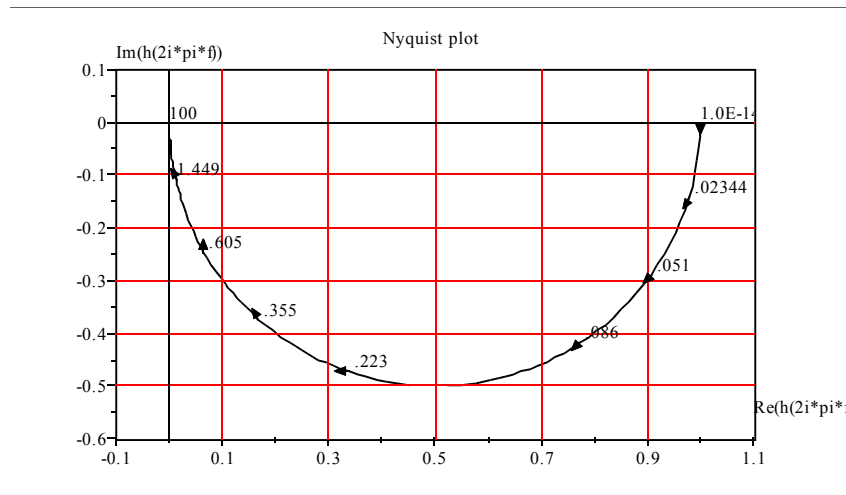
La méthode de Nyquist utilisant une représentation graphique de $T(j\omega)$, connue sous le nom de diagramme de Nyquist, nous commencerons par l'étude de ce diagramme.

5.1.a Diagramme de Nyquist

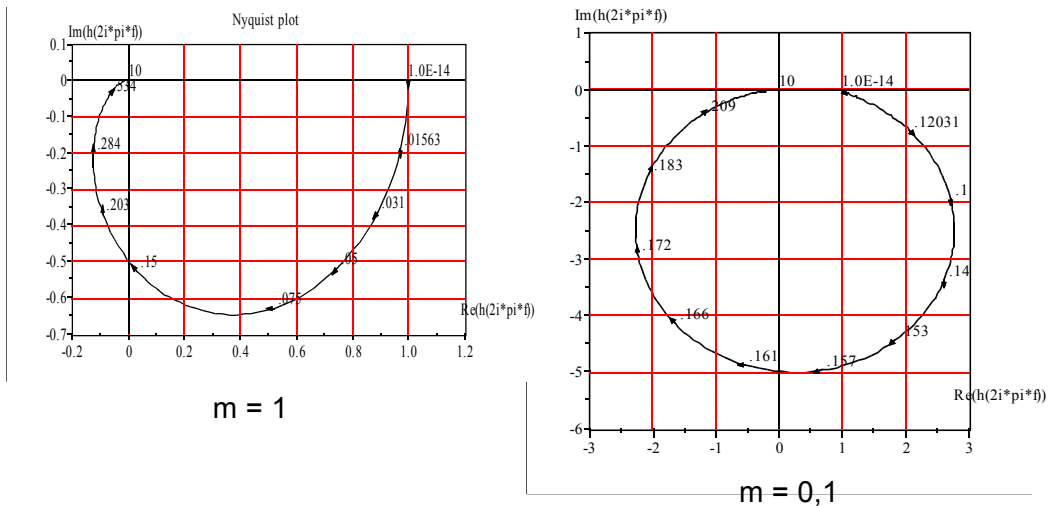
Un diagramme de Nyquist est la représentation, dans le plan complexe, de l'image d'une fonction de transfert, $T(j\omega)$, quand la pulsation ω varie. Il s'agit donc d'une courbe paramétrique.

Quelques exemples illustrent l'allure de ces diagrammes. Dans les exemples qui suivent, nous avons limité la représentation des courbes aux valeurs positives de la pulsation ω , toutes les fonctions de transfert représentant un système physique sont symétriques : la partie réelle est une fonction paire de ω , la partie imaginaire une fonction impaire de ω (symétrie par rapport à l'axe réel).

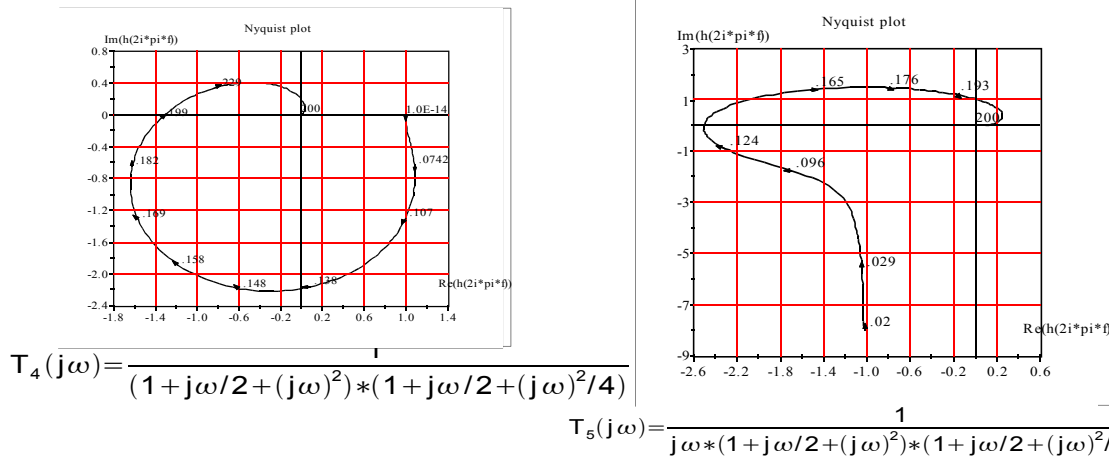
Un diagramme d'une fonction du premier ordre :



Un diagramme d'une fonction du deuxième ordre avec $m = 1$ et $m = 0.1$ (attention, les échelles ne sont pas les mêmes) :



Une fonction d'ordre 4 et la même à laquelle on a rajouté un intégrateur pur :



5.1.b Le critère : Un lien entre l'analyse harmonique en boucle ouverte et la transformée de Laplace en boucle fermée

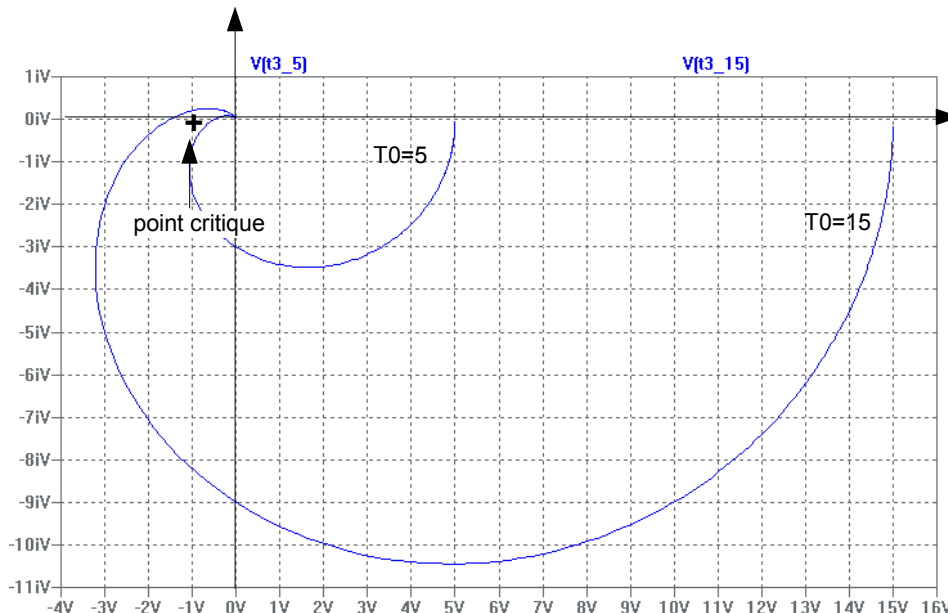
Le critère de Nyquist établit une relation entre le nombre de **pôles à partie réelle positive** de la fonction de transfert en **boucle fermée**, et la place du diagramme de Nyquist de la fonction de transfert en **boucle ouverte** par rapport au **point critique « -1 »** du plan complexe.

Nous nous contenterons d'une version simplifiée du critère, qui s'applique à des systèmes stables en boucle ouverte (un contre exemple célèbre est l'asservissement en position verticale d'un pendule inversé) :

Pour que le système soit stable en boucle fermée, le diagramme de Nyquist de la fonction de transfert en boucle ouverte ne doit pas entourer le point critique (-1).

5.1.c L'exemple du troisième ordre

Lors de l'étude du plan des pôles, nous avons vu un exemple de fonction de transfert simple du troisième ordre. Nous reprenons ce même exemple avec la méthode du diagramme de Nyquist.



$$T_{bo}(j\omega) = \frac{T_0}{(1 + j\omega/\omega_1) * (1 + j\omega/\omega_2) * (1 + j\omega/\omega_3)}$$

avec :

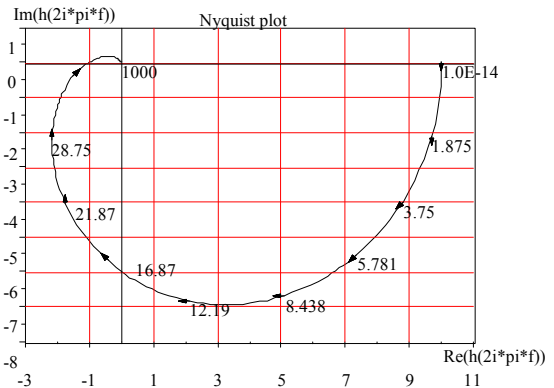
$$\omega_1 = 100, \omega_2 = 200 \text{ et } \omega_3 = 300$$

$$T_0 = 5 \text{ et } T_0 = 15$$

Les deux diagrammes ci-dessus (Spice) sont tracés pour deux valeurs de gain en boucle ouverte différentes, 5 et 15. Pour la première de ces valeurs le système en boucle fermée sera stable, pour la seconde, le diagramme entoure le point critique, le système en boucle fermée sera donc instable.

Nous retrouvons, évidemment, ici les conclusions de l'étude du plan des pôles (système stable pour $T_0 < 10$).

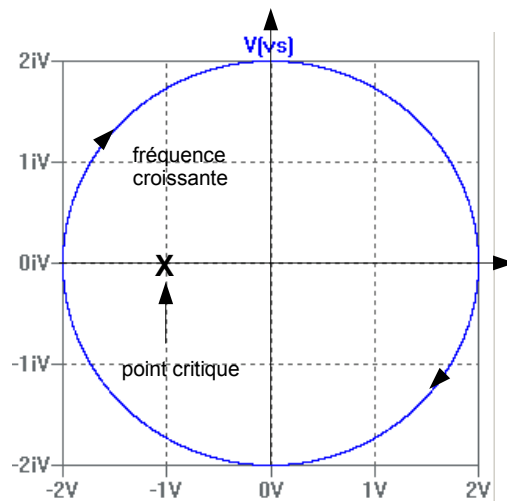
Ci-contre(scilab) : le tracé pour $T_0 = 10$.



5.1.d Retard pur

Le diagramme de Nyquist d'un retard pur est très simple : il s'agit d'un cercle dont le centre est l'origine du plan complexe, et le rayon le gain statique en boucle ouverte :

Le tracé ci-dessus correspond à un gain statique égal à 2 ; le diagramme de Nyquist entoure nettement le point critique, Le système correspondant est donc instable en boucle fermée.

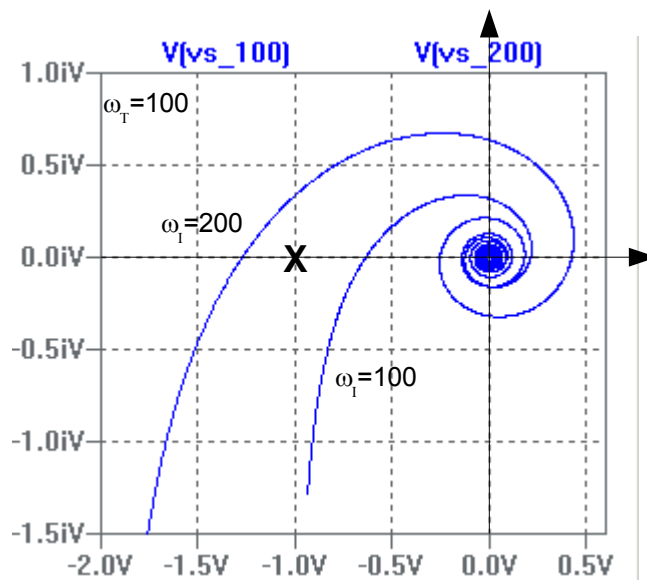


5.1.e Retard et intégrateur

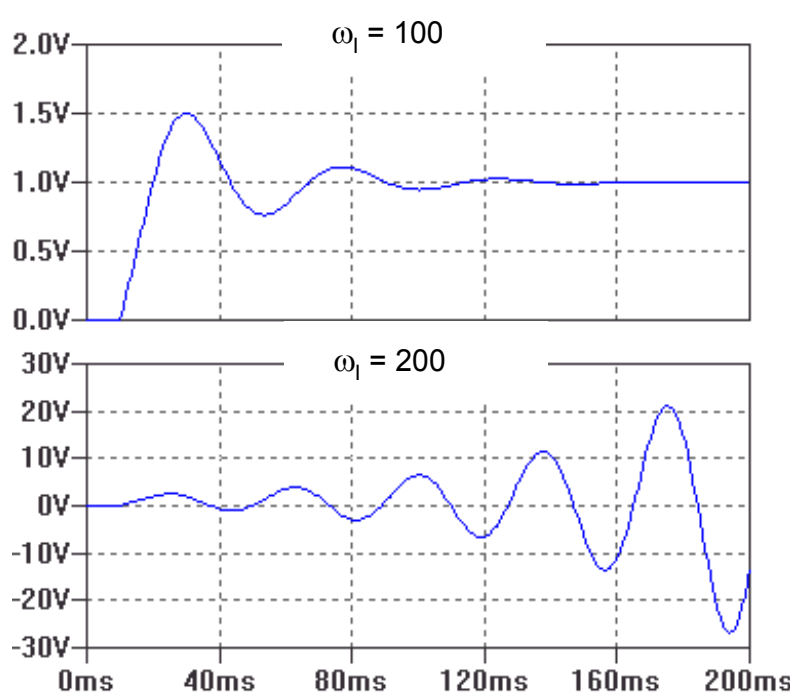
Un dernier exemple est intéressant à tracer, il permet de modéliser de façon relativement simple de nombreux systèmes : la fonction de transfert obtenue en associant un intégrateur et un retard pur.

$$T_{retlbo}(j\omega) = \frac{\omega_1 * e^{-j\omega/\omega_r}}{j\omega}$$

Les courbes obtenues (spice) sont des spirales qui s'enroulent autour de l'origine. Dans l'exemple ci-dessus, l'une des fonctions de transfert correspond à un système stable en boucle fermée ($\omega_1 = 100$), l'autre à un système instable ($\omega_1 = 200$).



Une simulation temporelle de la réponse à un échelon confirme l'analyse faite au moyen du critère de Nyquist ; le premier système présente un régime transitoire oscillatoire amorti, tandis que le second est instable.



5.2 Amortissement d'un système stable

La stabilité absolue est insuffisante, une réponse oscillatoire, même amortie, peut être inacceptable dans bien des situations courantes. Par exemple, l'intégrateur avec retard précédent, dans sa version stable, présente un dépassement de 50 % dans la réponse à un échelon. Si on imagine que ce système représente la réponse de la direction assistée d'un véhicule à une rotation du volant, il est inutile de décrire la surprise du conducteur face à un tel comportement.

5.2.a Amortissement et distance au point critique

L'expression générale de la relation entre fonction de transfert en boucle ouverte et fonction de transfert en

boucle fermée, exprimée en analyse harmonique, permet de préciser les choses :

$$T_{bf}(j\omega) = T_{idéal}(j\omega) * \frac{T_{bo}(j\omega)}{1 + T_{bo}(j\omega)}$$

Le facteur correctif, qui prend en compte les « défauts » du système, a une interprétation géométrique simple dans le plan de Nyquist :

- Le module du numérateur ($|T_{bo}(j\omega)|$) représente la distance d'un point du diagramme à l'origine du plan complexe.
- Le module du dénominateur ($|1 + T_{bo}(j\omega)|$) représente la distance de ce même point de la courbe au point critique.

En analyse harmonique, le système en boucle fermée présente une résonance si, pour certaines valeurs de la fréquence, le diagramme de Nyquist se rapproche plus du point critique que de l'origine du plan complexe.

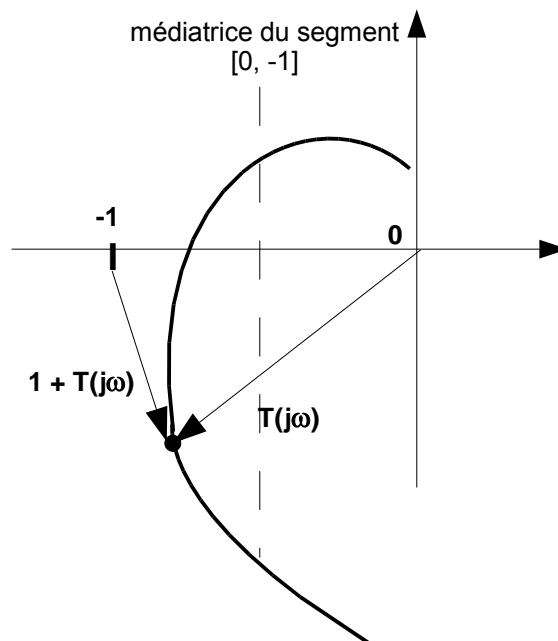
Plus le diagramme de Nyquist passe près du point critique, plus forte sera la résonance en boucle fermée.

Évidemment, une résonance en régime harmonique et un dépassement en réponse temporelle ne sont pas synonymes, l'exigence d'une réponse sans dépassement est généralement un peu plus sévère que celle d'absence de maximum dans la courbe du module du gain en fonction de la fréquence. D'une part, pour la plupart des systèmes, les deux phénomènes apparaissent pour des valeurs voisines de l'amortissement, d'autre part, si la réponse en fréquence est monotone (décroissante), le dépassement sera limité à quelques pour cent (5 % pour $m = 1/\sqrt{2}$).

Le dessin ci-dessous illustre le raisonnement graphique :

5.2.b Marge de phase et marge de gain

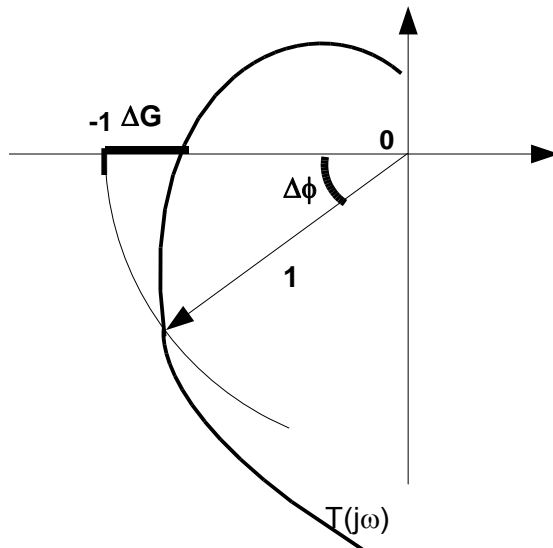
Les coordonnées du point critique correspondent à un module égal à 1 (en échelle linéaire) et à une phase égale à 180°.



La distance au point critique est classiquement repérée par deux grandeurs :

- La marge de phase, $\Delta\phi$, est le déphasage supplémentaire qu'il faudrait rajouter au déphasage de la fonction de transfert en boucle ouverte, pour la fréquence à laquelle le gain vaut 1 (0dB), pour que son diagramme de Nyquist passe par le point critique.
- La marge de gain, ΔG , généralement comptée en décibels, est l'augmentation de gain (un coefficient multiplicateur) qu'il faudrait donner à la fonction de transfert, à la fréquence pour laquelle son déphasage vaut 180°, pour que le diagramme de Nyquist passe par le point critique.

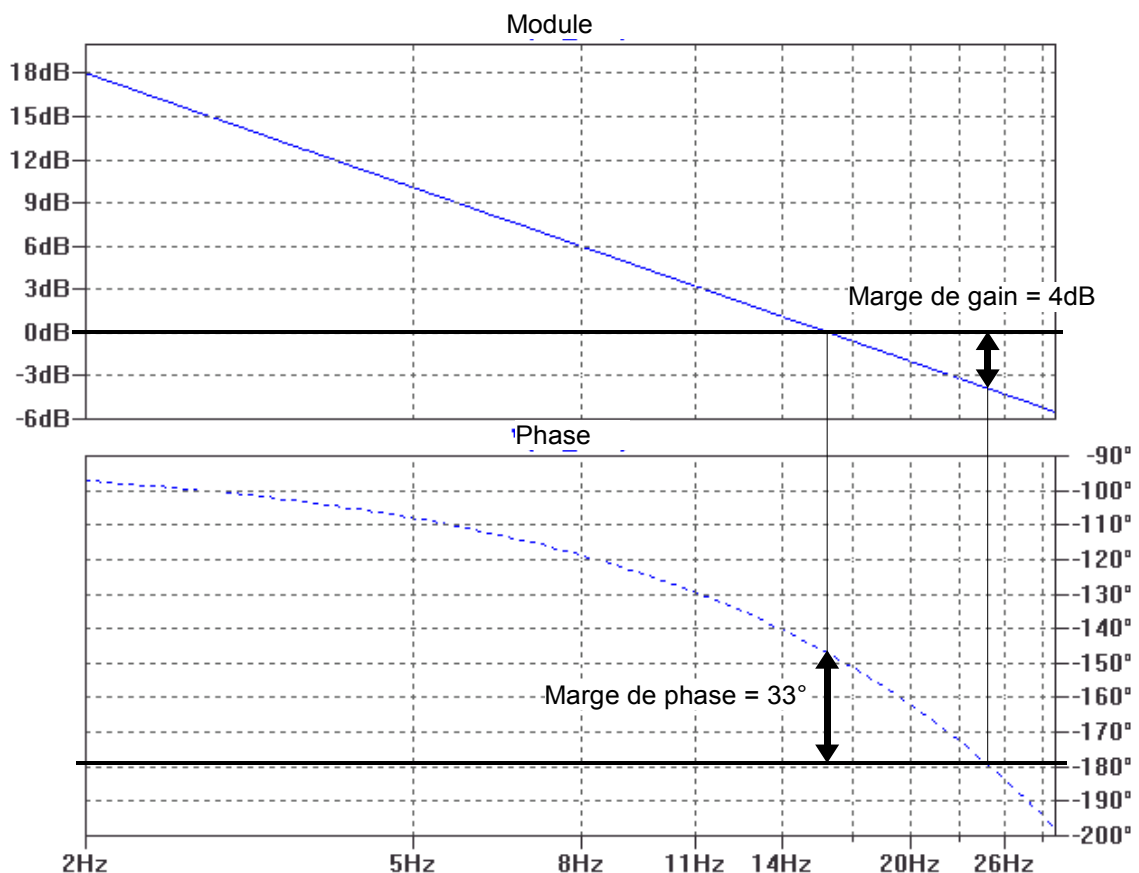
La figure ci-dessous illustre ces définitions, et montre que l'on définit bien une « distance » au point critique. Typiquement, un amortissement idéal, la limite du dépassement dans la réponse transitoire, correspond à une marge de phase d'au moins 50 à 60° et une marge de gain d'au moins 6dB.



Les systèmes du second ordre n'ont pas de marge de gain, seule la marge de phase peut être définie.

5.2.c Analyse sur les diagrammes de Bode

Évidemment, tout ce qui vient d'être dit peut être transcrit sur les diagrammes de Bode. Sur le diagramme ci-dessous, on a repris l'exemple stable du retard intégrateur pour illustrer la définition des marges de gain et de phase.

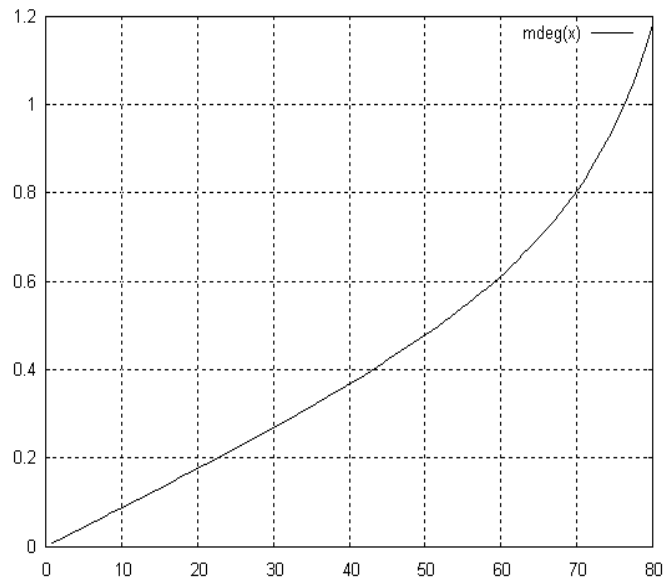


Les valeurs relativement faibles de ces marges correspondent à une réponse sous amortie, comme nous l'avons vu précédemment. Ces valeurs peuvent évidemment être retrouvées sur le diagramme de Nyquist du même système (voir plus haut).

L'intérêt des diagrammes de Bode est qu'ils sont d'une construction beaucoup plus simple que les

diagrammes de Nyquist, et permettent de calculer « graphiquement » des correcteurs quand le résultat n'est pas satisfaisant.

Marge de phase (en degrés) et amortissement pour un système du second ordre :

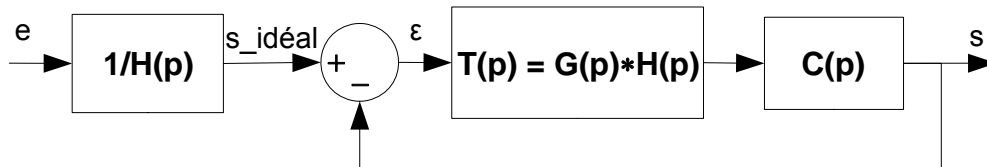


6 Les correcteurs

Le principe d'un correcteur est de « modeler » la fonction de transfert en boucle ouverte pour trouver un compromis acceptable entre :

- La contrainte d'amortissement, à fortiori la stabilité du système ;
- la minimisation de l'erreur ;
- Le temps de réponse.

Évidemment, nous l'avons déjà mentionné, ces contraintes sont généralement contradictoires. Ce qui justifie le métier des automaticiens dont la principale tâche est de calculer le bloc $C(p)$ du diagramme ci-dessous :



Nous contenterons ici de donner les grandes idées, le calcul des correcteurs est plus une affaire à traiter en exercice sur des exemples concrets. De nombreux logiciels de CAO (Conception Assistée par Ordinateur) sont une aide précieuse, c'est pour cette raison que nous avons omis certaines méthodes historiques, comme l'utilisation des abaques de Black et Nichols, qui étaient surtout utiles à l'époque des calculs manuels.

6.1 Le plus rudimentaire : agir sur le gain

La première méthode, évidente, est de limiter le gain du système. En diminuant le gain il est toujours possible de ramener un système bouclé à être stable. N'importe lequel des exemples qui précèdent peut être utilisé à cette fin. Par exemple, le système intégrateur avec retard, vu précédemment, peut être amené à une marge de phase de 60° en diminuant le gain de 6dB (un facteur 2).

Le défaut de cette méthode est qu'elle pénalise toutes les autres caractéristiques d'un système, surtout si la fonction de transfert en boucle ouverte ne contient pas naturellement d'intégrateur dans la boucle.

6.2 Le standard des amplificateurs opérationnels universels : le correcteur intégral

Les premiers amplificateurs opérationnels nécessitaient que soient mis en oeuvre des correcteurs avant toute utilisation. Pour faciliter la vie des utilisateurs de ce composant standard, de nombreux amplificateurs d'usage général sont fournis avec un correcteur interne. Pour assurer la stabilité de l'amplificateur dans n'importe quel montage où le réseau de contre réaction est purement résistif, le correcteur transforme pratiquement l'amplificateur opérationnel en intégrateur dans toute la bande de fréquence utilisable. La fréquence de transition choisie correspond généralement à une marge de phase de 45 degrés pour un montage suiveur (gain de un dans un montage non inverseur), qui est évidemment le cas le pire.

Certains amplificateurs, pour ne pas pénaliser la bande passante, sont compensés pour un gain minimum supérieur à un. Les exemples typiques sont les amplificateurs vidéo pour lesquels le gain minimum est de deux (amplificateur prévu pour être monté avec une résistance en série égale à la résistance caractéristique de la ligne, soit 50 ou 75 ohms, elle même chargée par cette résistance).

6.3 Le plus versatile : le correcteur proportionnel intégral

Rajouter un intégrateur dans une boucle annule un degré d'erreurs, nous l'avons vu ; mais cela augmente d'une unité l'ordre du système, ce qui ne va donc pas dans le bon sens pour la stabilité.

Le correcteur PI (Proportionnel Intégral) rajoute donc un zéro dans la fonction de transfert, pour compenser, en haute fréquence, l'effet dévastateur du pôle rajouté.

La fonction de transfert d'un correcteur PI est de la forme :

$$C_{pi}(p) = \frac{\omega_T}{p} + K_p = \frac{\omega_T}{p} * (1 + p * \frac{K_p}{\omega_T})$$

La seconde forme met en évidence le zéro qui est rajouté par rapport au correcteur intégral. Ce zéro a

évidemment un effet bénéfique sur la stabilité du système.

6.4 Plus complet : le correcteur PID

Très utilisé dans les commandes de moteurs, le correcteur PID (Proportionnel Intégral Dérivateur) rajoute un terme proportionnel à la dérivée dans la boucle. Difficile à réaliser avec des circuits électroniques analogiques, ce terme de dérivation peut être réalisé assez simplement avec des techniques numériques. Dans les commandes classiques de moteurs à courant continu, les génératrices tachymétriques fournissent une information proportionnelle à la vitesse de rotation, or la vitesse de rotation est justement la dérivée de la position angulaire de l'arbre moteur, d'où le nom parfois rencontré de « correction tachymétrique » pour la partie dérivation de ce correcteur.

$$C_{pid}(p) = \frac{\omega_T}{p} + K_p + K_D * p = K_p * (1 + \frac{1}{T_I p} + T_D p)$$

La seconde forme est souvent utilisée dans la méthode de Ziegler et Nichols.

6.5 La méthode de Ziegler et Nichols

La méthode de Ziegler et Nichols est une méthode semi empirique qui permet de calculer des valeurs convenables des différents paramètres dans les correcteurs de type PID. Le principe consiste à amener, en augmentant le gain, un système non corrigé à la limite d'oscillation. On mesure la période T_0 des oscillations et le gain statique rajouté correspondant, K_0 . Ensuite on utilise le tableau ci-dessous (source INPG) :

	K_p	T_i	T_d
correcteur P	0,5 K_0	-	-
correcteur PI	0,45 K_0	0,8 T_0	-
correcteur PID	0,6 K_0	0,5 T_0	0,125 T_0

7 Performances et limites des systèmes bouclés

L'idée générale qui préside au fonctionnement en boucle fermée est que ce type de contrôle, qui compare en permanence ce que l'on obtient à ce que l'on souhaite obtenir, permet très généralement de diviser les défauts par le gain de la boucle : les temps de réponse sont diminués, les distorsions sont atténuées etc.

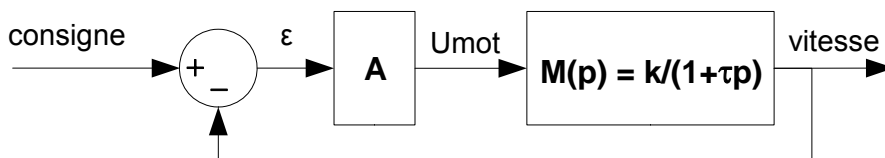
Cette propriété générale doit cependant être analysée soigneusement ; pour obtenir ce résultat les composants qui interviennent dans un système bouclé sont parfois soumis à des demandes qu'ils ne peuvent pas satisfaire, et qui limiteront les performances réelles obtenues.

7.1 Le rôle du signal d'erreur

Il est intéressant de se poser la question du mécanisme qui permet de corriger les défauts d'un montage par une boucle de réaction ; cette analyse nous permettra en plus d'entrevoir les limites de ce que l'on peut faire avec cette méthode.

Pour introduire ce sujet nous commencerons par un exemple linéaire. Le schéma bloc ci-dessous représente une commande de moteur à courant continu, piloté, dans un asservissement de vitesse, par un amplificateur de puissance de gain A.

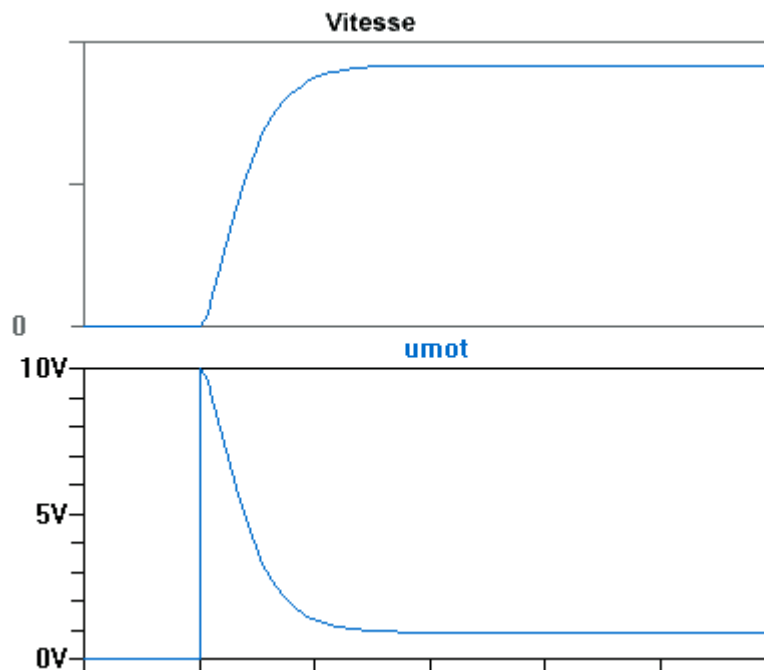
La réponse à un échelon du moteur est caractérisée par une constante de temps τ ; en boucle fermée nous



savons que cette constante de temps est divisée par le gain statique de la boucle, soit kA . Si ce gain de boucle vaut, par exemple, dix, le moteur démarrera dix fois plus vite en boucle fermée qu'en boucle ouverte. On

peut se demander comment une telle transformation est possible.

Un indice est d'observer l'allure, dans la réponse à un échelon, du signal d'erreur et de la tension appliquée au moteur :

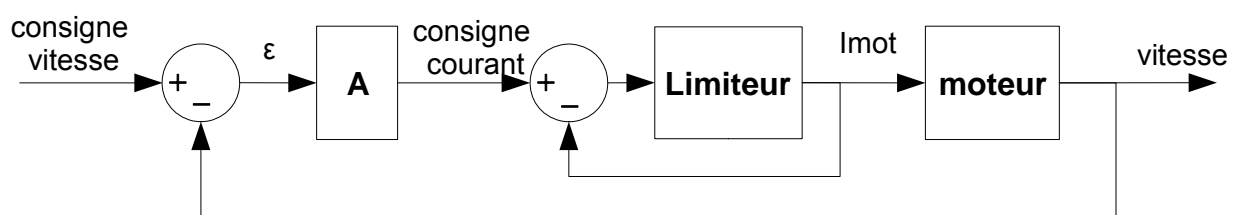


L'amélioration du temps de réponse est obtenu par une commande qui ne reproduit pas l'échelon d'entrée, mais applique au moteur une surtension pour le forcer à démarrer plus vite.

Ce processus a évidemment deux limitations :

- Il est illusoire de vouloir augmenter le gain de l'amplificateur, si le gain est fixé, mettons à une valeur égale à cent, la tension de sortie de l'amplificateur devrait atteindre cent volts, dans l'exemple qui précède. De deux choses l'une : ou l'amplificateur est dimensionné pour pouvoir fournir cette valeur et le moteur risque d'être détruit, ou l'amplificateur sort du régime linéaire, rentre en saturation, et dans ce cas il est illusoire d'augmenter le gain.
- La seconde limitation, liée à la précédente, est que nous n'analysons pas ici le courant fourni par l'amplificateur. Ce courant est évidemment, présente évidemment un « pic » d'autant plus élevé que la boucle tente de faire démarrer le moteur rapidement.

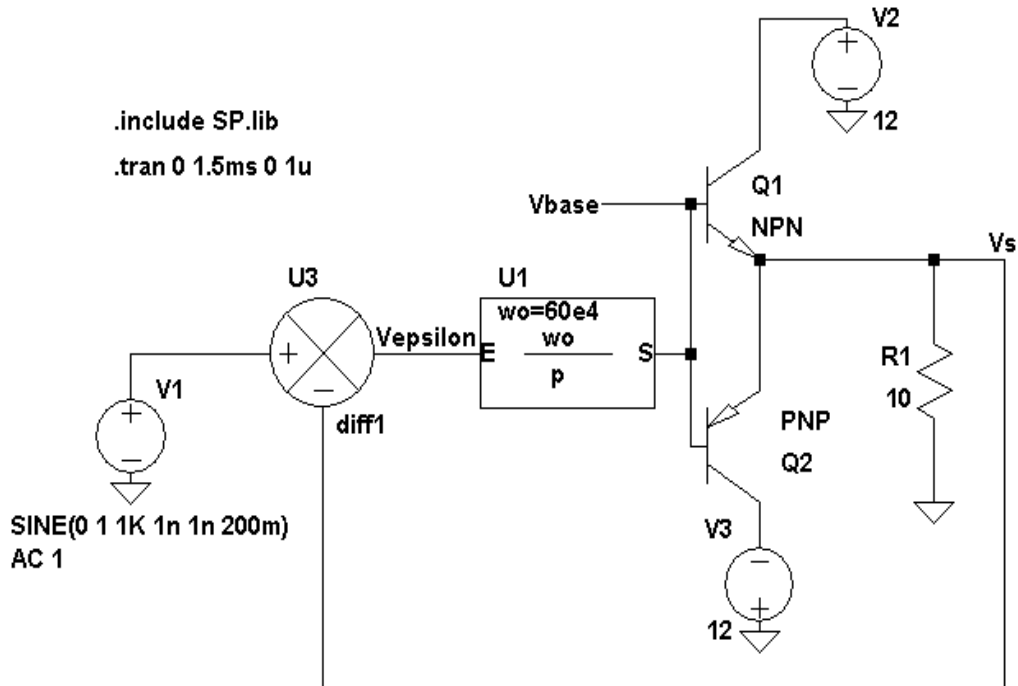
Dans des commandes réalistes, la commande est obtenue par deux boucles imbriquées : une boucle interne contrôle le courant du moteur, et comporte une limitation de courant maximum, le seconde boucle contrôle la grandeur de sortie, vitesse ou position.



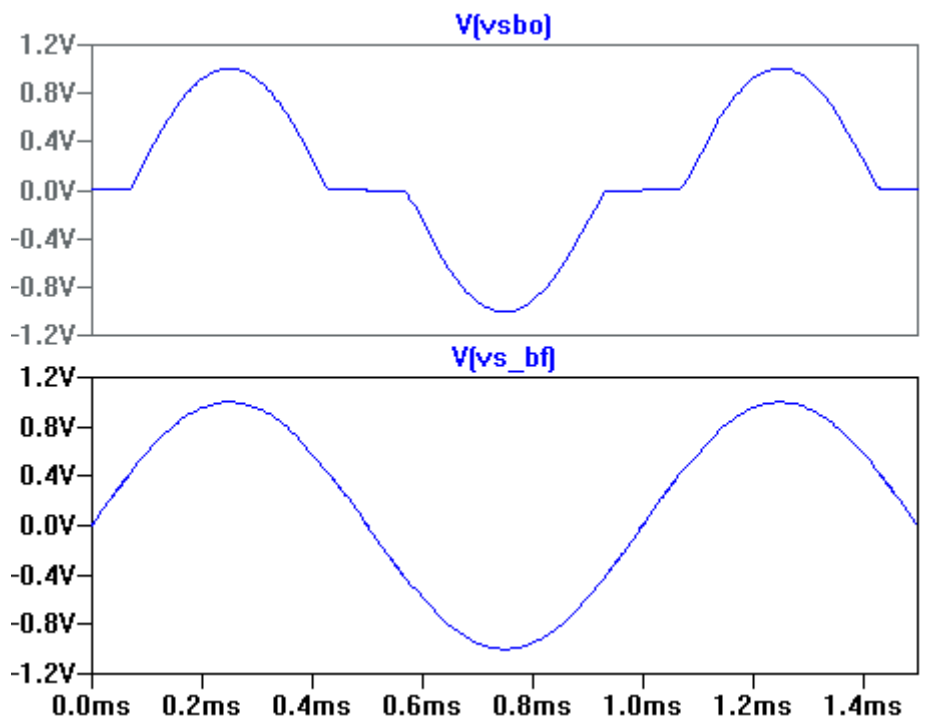
7.2 Limitation de la distorsion

En électronique deux sources principales de non linéarités sont rencontrées : la distorsion liée aux non linéarités des caractéristiques des composants, et la limitation due aux tensions d'alimentation des montages. Autant la première catégorie de non linéarité est améliorée par le fonctionnement en boucle fermée, autant le second type est incontournable, aucun système de réaction ne permet de dépasser les limites imposées par les alimentations.

L'exemple que nous analyserons, dont un schéma de principe est donné ci-dessous, est caractéristique des amplificateurs de puissance dont les étages de sortie comportent des transistors montés en « classe B ».

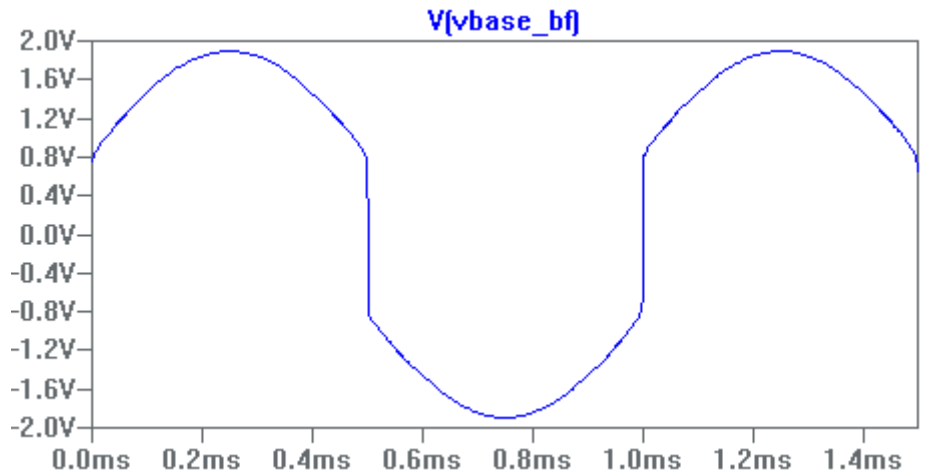


L'amélioration apportée par la boucle fermée est spectaculaire, les traces ci-dessous comparent le signal de sortie en boucle ouverte et en boucle fermée, pour des amplitudes de sortie équivalentes :



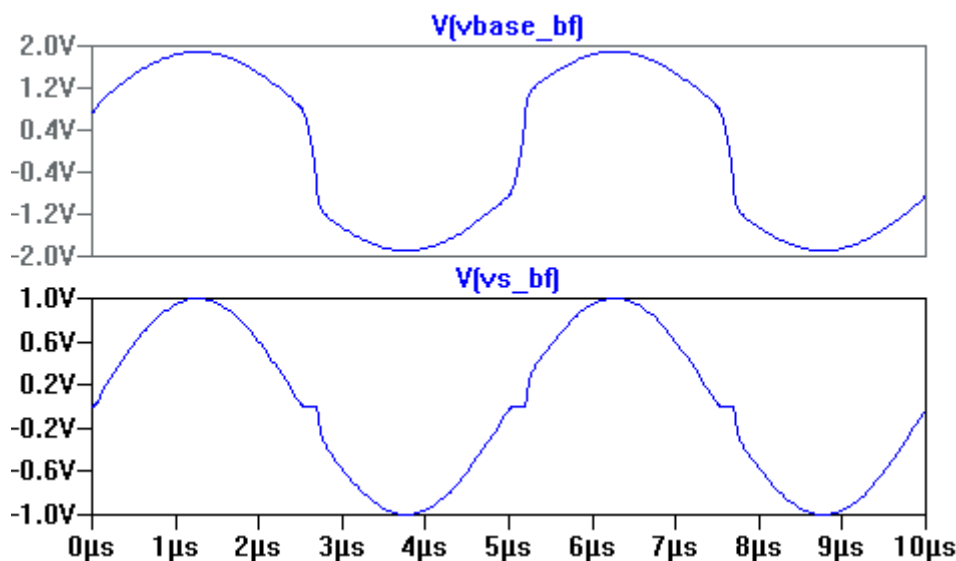
Il est évidemment intéressant de se demander ce qui a permis cette amélioration, l'observation du signal de commande des transistors nous renseigne :

Pour que le signal de sortie soit sinusoïdal, la commande ne l'est pas, la tension appliquée aux bases est « prédistorcée » pour compenser la non linéarité des composants.



7.3 Limites du contrôle en boucle fermée

Si nous augmentons la fréquence du signal d'entrée, nous observons une première limitation du système :



Comme l'amplificateur met un temps fini pour passer d'un transistor à l'autre, une distorsion apparaît sur le signal de sortie, cette distorsion est caractéristique de ce type de montage.

Enfin, la limitation due aux tensions d'alimentations est indépassable :

Si on essaye de dépasser les douze volts d'alimentation, l'amplificateur de commande a beau faire des efforts (en simulation !) démesurés, il n'y a rien à faire.

La réalité se venge parfois.

